

文章编号: 1000-7598(2010)12-4016-05

冻结砂土力学性质的离散元模拟

周凤玺^{1,2}, 赖远明¹

(1.中国科学院寒区旱区环境与工程研究所 冻土工程国家重点实验室, 兰州 730000; 2.兰州理工大学 土木工程学院, 兰州 730050)

摘要: 基于离散单元法颗粒流理论, 土体颗粒单元间采用接触黏结模型中来考虑冻土中冰的胶结作用, 建立了冻结砂土的颗粒流模型。通过改变计算模型中颗粒单元的参数, 模拟了在不同冻结温度以及不同围压下冻结砂土的宏观力学性质, 并与冻结砂土的室内试验结果进行了比较, 结果表明: 颗粒流方法可以较好地模拟冻结砂土的应力-应变关系以及剪切带的发展变化过程, 颗粒流细观参数对温度具有显著的依赖性。研究结果对离散单元法在特殊土中的应用具有一定的理论和应用价值。

关键词: 离散单元法; 冻结砂土; 应力-应变关系; 剪切带

中图分类号: TU 441

文献标识码: A

Simulation of mechanical behavior for frozen sand clay by discrete element method

ZHOU Feng-xi^{1,2}, LAI Yuan-ming¹

(1. Cold and Arid Regions Environmental and Engineering Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China;

2. School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: Based on the discrete element method (DEM), the model of particle flow for frozen sand clay has been established, the contact-bond model among balls is adopted in the simulation test. According to this model, the contact bond strength was employed to simulate the cementation of ice in the frozen sand clay. Comparison between the results of numerical simulations and laboratory tests under different temperature and confining pressure, the results shows good agreement between them. It is similar to the macro properties of frozen sand clay that the parameters of particle elements have the property of evident temperature-dependent. The results are valuable for developing the applicability of the DEM to analysis of special soil.

Key words: discrete element method; frozen sand clay; stress-strain relationship; shear bands

1 引言

冻土作为一种特殊的土类, 其强度、本构关系以及流变等力学性质对寒区进行工程建设有着重要的指导意义^[1-2]。冻土与其他地基土的主要区别在于冻土中冰的存在, 使得冻土的力学行为表现出比非冻土更强的温度依赖性, 低温条件下冻土的室内试验比常温下的试验增加了控温系统, 其难度大、系统复杂, 技术要求高于常规土工试验, 因此, 开展冻土土工试验的数值模拟, 作为对冻土试验技术的一种补充是十分必要的。离散单元法是一种适用于解决非连续介质力学问题的数值计算方法, 在岩

土工程领域有着广泛的应用前景。自从 Cundall 等^[3]提出离散单元法后, 利用离散单元法对土体力学行为的研究已经取得了一系列成果^[4-16]。Belheine 等^[4]采用具有滚转刚度的三维球体离散元模型, 模拟了砂土在排水条件下的三轴试验, 并与室内试验结果进行了比较; Thornton^[5]和 Sullivan、Johannes 等^[6-7]分别采用二维离散单元法和三维离散单元法对土体室内直接剪切试验进行了仿真模拟; William 和 Rege^[8]分别采用圆盘、椭圆盘和方形颗粒样本进行了双轴试验数值模拟, 指出了颗粒形状对压缩性质的影响, 并研究了剪切带的形成问题^[9]; Jiang 等^[10]利用二维离散元模型, 考虑了毛细水的作用, 研究

收稿日期: 2009-07-22

基金项目: 国家863计划项目 (No. 2008AA11Z103); 中国科学院西部计划项目 (No. KZCX2-XB2-10); 国家自然科学基金 (No. 40730736); 冻土工程重点实验室基金 (No. SKLFSE-ZY-03)。

第一作者简介: 周凤玺, 男, 1979年生, 博士后, 主要从事土力学和结构振动方面的研究工作。E-mail: zfx620@lut.cn

了非饱和土的强度问题；Huang^[11]和 Jiang 等^[12]应用离散单元法数值模拟了锥体针入度试验；周健等^[13-15]采用二维颗粒流方法分别对砂土和黏性土进行了双轴试验模拟，分析了试样细观参数变化与宏观力学响应之间的内在联系，并且运用颗粒流理论对砂性土坡和黏性土坡分别进行数值模拟，分析了细观参数对土坡破坏型式的影响^[16]。

上述工作都是针对非冻结土所作的研究，通过文献调研，采用离散单元法模拟冻土力学行为的文献少有报道。本文拟采用二维离散单元法对冻结砂土的室内平面应变试验进行数值模拟，并与室内试验结果进行比较，进一步发展了离散单元法的应用领域，为冻土力学的研究提供了新的分析途径。

2 离散元模型

冻土与其他非冻土的主要区别在于冰的存在，冻土的力学性质主要取决于土中胶结冰的性质，并且受温度的影响很大，冰的胶结作用提高了土体的黏聚力，从而使冻土的强度增加^[1]。考虑到上述因素，本文以 Cundall 提出的二维圆盘模型为基础^[3]，采用二维颗粒流程序 PFC^{2D} (particle flow code in 2-dimensions) 对冻结砂土颗粒接触模型进行模拟，如图 1 所示。

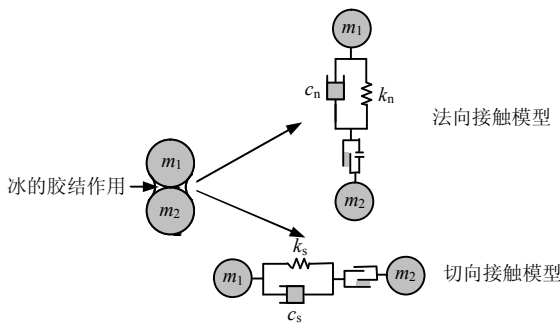
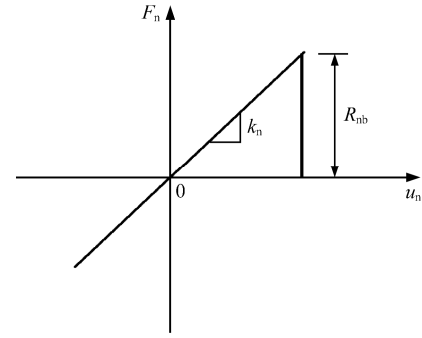


图 1 冻结砂土的简化接触模型
Fig.1 The simplified contact model for frozen sand in the DEM

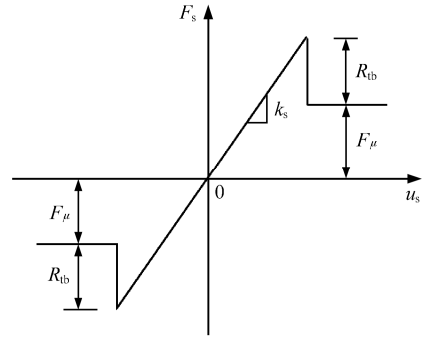
图 1 所示的接触模型中采用接触黏结模型 (contact-bond model)^[17]来模拟冻土中冰的胶结作用，在接触的颗粒间作用有具有法向刚度 k_n 和切向刚度 k_s 的弹簧，同时被赋予一定的法向黏结强度 R_{nb} 和切向黏结强度 R_{tb} 用来描述颗粒间胶结的法向抗拉强度和切向抗剪强度。

图 2 给出了接触黏结模型中法向接触力 F_n 以及切向接触力 F_s 与颗粒法向相对位移 u_n 和切向相对位移 u_s 之间的关系：

$$F_n = k_n u_n, \quad F_s = k_s u_s \quad (1)$$



(a) 法向接触模型



(b) 切向接触模型

图 2 接触黏结模型

Fig.2 The contact-bond model

当颗粒间的法向拉力大小超过法向黏结强度或者切向接触力大小超过其切向抗剪强度时黏结破裂，此时黏结模型即告失效。在切向接触模型中，还引入滑动模型 (slip model) 来模拟相互接触的颗粒之间的摩擦力 F_μ ，它没有法向抗拉强度，但具有切向抗剪强度：

$$F_\mu = \mu F_n \quad (2)$$

式中： μ 为颗粒间的内摩擦系数。

与非冻结土相比，冻土的力学行为受温度的显著影响，因此，接触模型中的微观参数具有温度依赖性，应该是温度的函数。

颗粒系统的运动由牛顿第二定律来描述，即每一个土颗粒的运动方程为

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial t^2} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^p F_i^j, \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = \frac{1}{I} \sum_{j=1}^p M^j \quad (3)$$

式中： m 、 I 分别为颗粒的质量和惯性矩； p 为接触颗粒个数 ($j=1, 2, \dots, p$)； x_i 为颗粒的位移 (i 为 x 方向或 y 方向)； θ 为颗粒的转动角； F_i^j 和 M^j 分别为作用在颗粒上的第 j 个接触所产生的力和力矩。

颗粒受到的不平衡力的法向分量 $F_n^{(m)}$ 为

$$F_n^{(m)} = F_n + D_n - R_{nb} \quad (4)$$

式中： D_n 为法向阻尼力，对于静态问题 $D_n = 0$ ； R_{nb}

为冰的胶结作用所产生的法向黏结强度, 当法向拉力超过法向黏结强度时, $R_{nb} = 0$ 。

颗粒受到的不平衡力的切向分量 $F_s^{(m)}$ 为

$$F_s^{(m)} = F_s + D_s \quad (5)$$

式中: D_s 为切向阻尼力, 对于静态问题 $D_s = 0$ 。当切向接触力超过接触处的峰值抗剪强度 F_s^{peak} 后, 切向黏结破坏 $R_{tb} = 0$, 接触处的抗剪强度为残余抗剪强度 F_s^{resid} , 即

$$F_s^{\text{peak}} = F_n \mu + R_{tb}, \quad F_s^{\text{resid}} = F_n \mu \quad (6)$$

3 冻结砂土的离散元模拟

以 Lai 等^[18]对兰州冻结砂土的低温三轴试验为基础, 进行离散元模拟。室内试验采用细砂, 其颗粒组成见表 1, 试样初始高度为 125 mm, 直径为 61.8 mm, 初始孔隙比为 0.35。在不同温度下, 首先施加围压固结 2 h 后开始剪切, 剪切速率为 2.08×10^{-2} mm/s。

表 1 冻结砂土的颗粒组成
Table 1 Particle composition of sand clay

粒径/mm	>0.50	0.50~0.25	0.25~0.10	<0.10
颗粒组成/%	3.8	17.4	45.6	33.2

3.1 试样生成

PFC 冻结砂土试样的生成中, 首先定义与室内试验试样尺寸相同的 4 道墙体, 以对试样进行加载, 然后在上述给定的墙体范围内生成并压密初始颗粒集合体, 并且赋予颗粒微观特性参数形成最后的试样模型。PFC 试样是根据给定的粒径大小和粒径比以及初始孔隙比, 按照随机分布规律排列的一些颗粒构成。颗粒试样形成后, 便通过两侧以及顶部和底部墙体的运动, 使得试样的应力状态为 $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_0$, 来模拟剪切前的等向固结。其中, σ_x 和 σ_y 分别表示围压和轴向压力; σ_0 为试样所受的等向固结围压。PFC^{2D} 程序通过墙体和颗粒的接触力以及墙体位置的变化来计算得到整个模拟过程中的应力和应变。

为了与室内砂土试验曲线特征相匹配, 需要进行一系列的数值模拟试验, 通过反复调整 PFC 模型的输入参数, 直到数值试验结果与实际物理模型试验结果基本一致。本文中选定冻结砂土 PFC 试样最小粒径 $R_{\min} = 0.25$ mm, 最大粒径 $R_{\max} = 0.5$ mm, 颗粒密度为 $\rho_s = 2.56$ g/cm³, 经过大量的模拟试算, 其余计算参数见表 2。从表中参数可见, 由于冻结砂

土对温度的依赖性, 不同冻结温度下得到的模型参数不同, 并且即使是在相同的温度下, 不同围压情形下颗粒摩擦系数也有所不同。PFC 模型是通过模型参数来逼近室内试验结果, 当数值试验结果与室内试验结果接近时, 就认为该模型可以模拟这种材料进行下一步研究。

表 2 颗粒流模型基本参数

Table 2 Parameters of particle flow code model

冻结温度 / °C	围压 / kPa	接触刚度/(10 ⁵ kPa)		黏结强度/kPa		摩擦系数
		法向	切向	法向	切向	
-2	300	1.40	2.0	3.71	1.30	0.10
	600	1.40	2.0	3.71	1.30	0.35
	800	1.40	2.0	3.71	1.30	0.43
-4	300	1.55	1.55	3.10	1.90	0.10
	600	1.55	1.55	3.10	1.90	0.35
	800	1.55	1.55	3.10	1.90	0.43
-6	300	2.20	2.20	4.45	2.45	0.10
	600	2.20	2.20	4.45	2.45	0.35
	800	2.20	2.20	4.45	2.45	0.43

3.2 轴向应力-应变关系的数值模拟

采用上述模型参数, 分别对不同冻结温度下, 不同围压时的轴向应力-应变关系曲线与室内试验结果进行对比分析。图 3~5 分别绘出了砂土在冻结温度为 -2、-4、-6℃时, 不同围压下的轴向应力-应变 ($\sigma_1 - \sigma_3$) - ε_1 关系曲线的离散元数值结果和室内试验结果的比较。从图中可以看出, 颗粒流的数值模拟结果与室内试验实测曲线较为吻合, 可以模拟冻结砂土应变软化的特征。由于冰的胶结作用, 冻结砂土的峰值强度随着温度的降低而增加。从表 2 可以看出, 颗粒流模型微观参数, 包括颗粒间接接触刚度以及粒间黏结强度也相应的增加, 即微观参数具有很强的温度依赖性, 这与一般土体有着明显的不同。同样, 从表 2 以及应力-应变曲线的比较还可看出, 在相同的冻结温度下, 不同围压时的颗粒间的摩擦系数并不相同, 说明 PFC 方法采用单一圆形颗粒模拟具有黏性的土体在不同围压下的结构特性问题存在缺陷^[15]。

3.3 剪切带形成与发展的颗粒流模拟

如前所述, 基于颗粒流理论的数值模型试验与室内物理试样的应力-应变曲线比较吻合, 说明该数值模型可以代替物理试样进行模拟冻结砂土的工程物理性质。作为应用, 图 6 给出了在冻结温度为 -2℃, 围压为 800 kPa 时, 试样在不同轴向应变时的颗粒位移矢量图, 进而对试样中剪切带的发展及形成进行了颗粒流模拟。

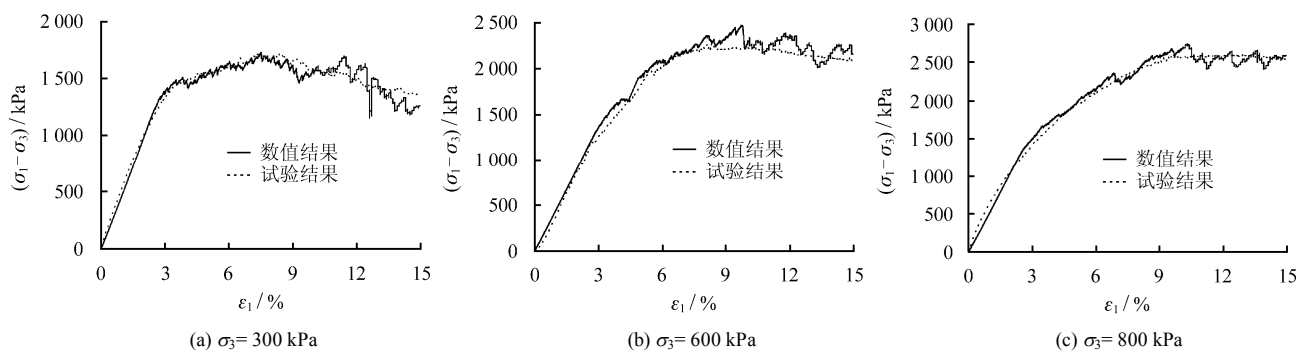
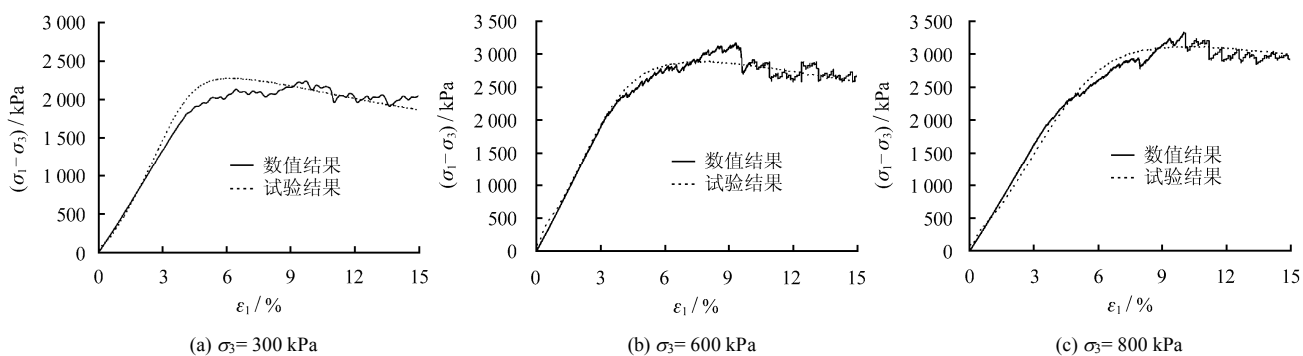
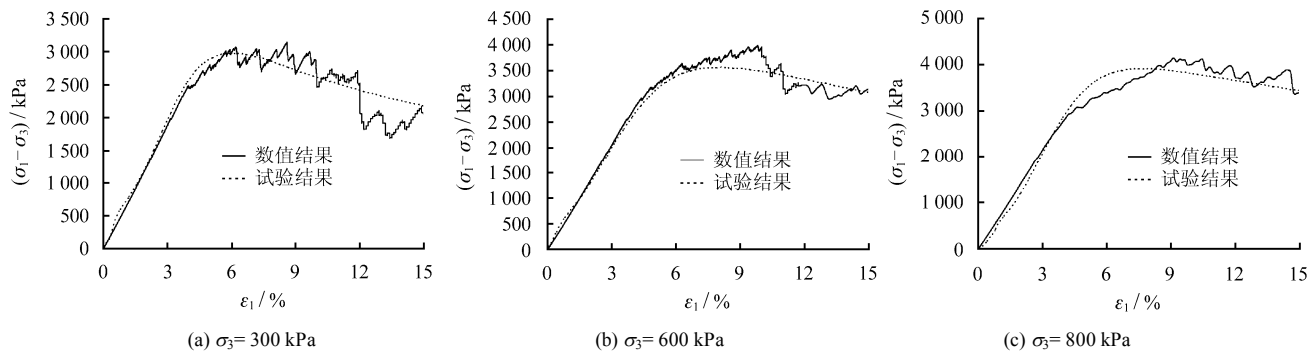
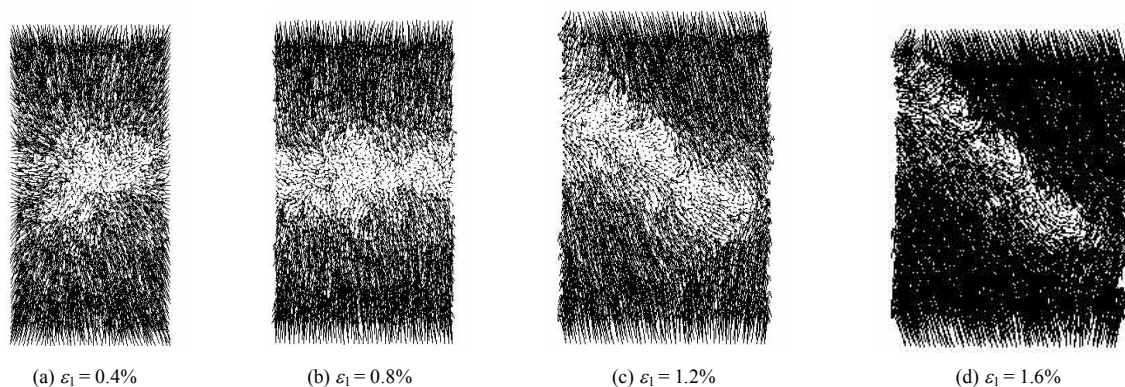
图 3 冻结温度为 -2°C 时, 室内试验曲线和离散元数值试验的比较Fig.3 Comparison between results of particle flow code simulation and lab. test at -2°C 图 4 冻结温度为 -4°C 时, 室内试验曲线和离散元数值试验的比较Fig.4 Comparison between results of particle flow code simulation and lab. test at -4°C 图 5 冻结温度为 -6°C 时, 室内试验曲线和离散元数值试验的比较Fig.5 Comparison between results of particle flow code simulation and lab. test at -6°C 

图 6 不同应变时的试样位移场

Fig.6 The displacement fields of particles at different axial strains

4 结 语

本文采用颗粒流理论中的接触黏结模型来模拟冻土中冰的胶结作用,通过调整球单元的微观参数,数值模拟了冻结砂土在不同温度以及不同围压下的宏观力学特性,将离散单元法应用到特殊土领域。通过与室内试验结果相比较,表明颗粒流模型可以较好地模拟冻结砂土的力学行为,为冻土的研究提供了新的方法和途径。文中所涉及的单元参数是经过长时间反复调整试算的结果,但用微观颗粒模拟材料的宏观性质是个十分复杂的问题,本文采用了一个较简单的模型进行模拟,所以部分结果存在一定的偏差,很多问题还有待于进一步探讨。

参 考 文 献

- [1] 吴紫汪, 马巍. 冻土强度与蠕变[M]. 兰州: 兰州大学出版社, 1994.
- [2] LAI Y M, JIN L, CHANG X X. Yield criterion and elasto-plastic damage constitutive model for frozen sandy soil[J]. *International Journal of Plasticity*, 2009, 25(6): 1177—1205.
- [3] CUNDALL P A, STRACK O D L. A discrete numerical model for granular assemblies[J]. *Geotechnique*, 1979, 29(1): 47—65.
- [4] BELHEINE N, PLASSIARD J P, DONZÉ F V, et al. Numerical simulation of drained triaxial test using 3D discrete element modeling[J]. *Computers and Geotechnics*, 2009, 36(1-2): 320—331.
- [5] THORNTON C, ZHANG L. Numerical simulation of the direct shear test[J]. *Chemical Engineering and Technology*, 2003, 26(2): 153—156.
- [6] O'SULLIVAN C, CUI L, BRAY J D. Three-dimensional discrete element simulations of direct shear tests[C]//2nd International PFC Symposium. Kyoto: Balkema Publishers A A, 2004.
- [7] JOHANNES HÄRTL, JIN Y OOI. Experiments and simulations of direct shear tests: porosity, contact friction and bulk friction[J]. *Granular Matter*, 2008, 10(4): 263—271.
- [8] WILLIAMS J R, REGE N. The development of circulation cell structures in granular materials undergoing compression[J]. *Powder Technology*, 1997, 90(3): 187—194.
- [9] WILLIAMS J R, REGE N. Granular vortices and shear band formation[C]//Proceedings of Mechanics of Deformation and Flow of Particulate Materials, Evanston, Illinois. New York: American Society of Civil Engineers, 1997: 62—76.
- [10] JIANG M J, LEROUEIL S, KONRAD J M. Insight into strength functions in unsaturated granulate by DEM analysis[J]. *Computers and Geotechnics*, 2004, 31(6): 473—489.
- [11] HUANG A B, MA M Y. An analytical study of cone penetration tests in granular material[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1994, 31(1): 91—103.
- [12] JIANG M J, ZHU H H, HARRIS D. Classical and non-classical kinematic fields of two-dimensional penetration tests on granular ground by discrete element method analyses[J]. *Granular Matter*, 2008, 10(6): 439—455.
- [13] 周健, 池永. 砂土力学性质的细观模拟[J]. 岩土力学, 2003, 24(6): 901—906.
ZHOU Jian, CHI Yong. Mesomechanical simulation of sand mechanical properties[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2003, 24(6): 901—906.
- [14] 史旦达, 周健, 贾敏才, 等. 考虑颗粒破碎的砂土高应力一维压缩特性颗粒流模拟[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(5): 736—742.
SHI Dan-da, ZHOU Jian, JIA Min-cai, et al. Numerical simulations of particle breakage property of sand under high pressure 1D compression condition by use of particle flow code[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2007, 29(5): 736—742.
- [15] 周健, 廖雄华, 池永, 等. 土的室内平面应变试验的颗粒流模拟[J]. 同济大学学报, 2002, 30(9): 1044—1050.
ZHOU Jian, LIAO Xiong-hua, CHI Yong, et al. Simulating plane strain test of soils by particle flow code[J]. *Journal of Tongji University*, 2002, 30(9): 1044—1050.
- [16] 周健, 王家全, 曾远, 等. 土坡稳定分析的颗粒流模拟[J]. 岩土力学, 2009, 30(1): 86—90.
ZHOU Jian, WANG Jia-quan, ZENG Yuan, et al. Simulation of slope stability analysis by particle flow code[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2009, 30(1): 86—90.
- [17] JIANG M J, YU H S, LEROUEIL S. A simple and efficient approach to capturing bonding effect in naturally micro-structured sands by discrete element method[J]. *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2007, 69(6): 1158—1193.
- [18] 赖远明, 程红彬, 高志华, 等. 冻结砂土的应力-应变关系及非线性莫尔强度准则[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(8): 1612—1617.
LAI Yuan-ming, CHENG Hong-bin, GAO Zhi-hua, et al. Stress-strain relationships and nonlinear mohr strength criterion of frozen sand clay[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2007, 26(8): 1612—1617.